SEMINARIO UNIVERSITARIO 2025

SEGUNDO PARCIAL - 07/03/2025

Apellido y Nombre:…………………………………… ……………………….
Número de documento: ……………………………….CURSO:…………..

TEMA 1

1		2		3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 2 horas
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- El examen no puede estar resuelto en lápiz
- Todas las respuestas deben estar justificada

EJERCICIO 1:

(a) Determinar todas las soluciones de la ecuación: $(2cos(x)+1)(2sen(x)-\sqrt{2})=0$ en el intervalo $[0,2\pi\,]$

(b) Resolver la siguiente ecuación: $2+log_3(8x-3)=2\,log_3(2x+6)$

EJERCICIO 2: Sea $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to Im(f) \subseteq \mathbb{R}$ tal que $f(x)=3-ln(7-4x)$. Se pide:

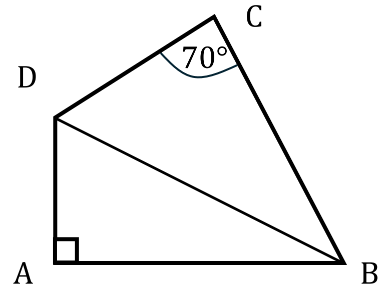
(a) Determinar el dominio de f.

(b) Calcular la inversa de f y dar su dominio y conjunto imagen.

EJERCICIO 3: Los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son tales que $\|\vec{v}\|=4\|\vec{w}\|$, el ángulo comprendido entre ellos mide $\frac{\pi}{4}$ y $\vec{v}.\vec{w}=13\sqrt{8}$. Determinar todos los posibles vectores $\vec{w}$ sabiendo que $\vec{w}=(2;2x+1)$

EJERCICIO 4: Sean las funciones: $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x)=x^2+\sqrt{x}$ y $g: D_g \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $g(x)=1-|x|$. Determinar la función $f \circ g$ indicando su dominio.

EJERCICIO 5: El cuadrilátero *ABCD* de la figura es tal que su lado *AD* mide 3*cm* y su lado *AB* mide 5*cm*. Es recto en *A*. La diagonal *BD* es bisectriz del ángulo $\measuredangle ADC$ y el ángulo $\measuredangle DCB$ mide 70°. Calcular el área del cuadrilátero *ABCD*.



(resuelto por Sylvina)

UTN	2° parcial — tema 1 Seminario universitario	HOJA N° 1/2 FECHA 7-3-25

EJ1 a) Determinar todas las soluciones de la ecuación:

$$(2\cos(x)+1)\,(2\,\mathrm{sen}(x)-\sqrt{2})=0$$

en el intervalo $[0,2\pi]$

$2\cos(x)+1=0$ ∨ $2\,\mathrm{sen}(x)-\sqrt{2}=0$

$2\cos(x)=-1$ | $2\,\mathrm{sen}(x)=\sqrt{2}$

$\cos(x)=-1/2$ | $\mathrm{sen}(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Sol: $x=\frac{2}{3}\pi+2k\pi$ $\quad x=-\frac{2}{3}\pi+2k\pi$ | $x=\frac{\pi}{4}+2k\pi$ $\quad x=\frac{3}{4}\pi+2k\pi$

$k=0$ $\quad \boxed{x=\frac{2}{3}\pi}$ $\quad \cancel{x=-\frac{2}{3}\pi}$ | $\boxed{x=\frac{\pi}{4}}$ $\quad \boxed{x=\frac{3}{4}\pi}$

$k=1$ $\quad \boxed{x=\frac{4}{3}\pi}$

$$\boxed{S=\left\{\frac{\pi}{4},\frac{3}{4}\pi,\frac{2}{3}\pi,\frac{4}{3}\pi\right\}}$$

b) Resolver la sig. ecuación:

$$2+\log_3(8x-3)=2\log_3(2x+6)$$

$$2=\log_3\left((2x+6)^2\right)-\log_3(8x-3)$$

$$2=\log_3\left(\frac{(2x+6)^2}{8x-3}\right)$$

$$3^2=3^{\log_3\left(\frac{(2x+6)^2}{8x-3}\right)}$$

$$9=\frac{(2x+6)^2}{8x-3}\rightarrow 9(8x-3)=(2x+6)^2$$

$$72x-27=4x^2+24x+36$$

$$4x^2-48x+63=0$$

$$\boxed{\begin{array}{l}x_1=21/2\\ x_2=3/2\end{array}}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

$\boxed{\text{EJ 2}}$ Sea $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to Im(f) \subseteq \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 3 - \ln(7-4x)$

Se pide:

a) Determinar el dominio de f

restricción: $\ln(7-4x) \to 7-4x > 0 \to 7 > 4x \to \frac{7}{4} > x$

$$\boxed{dom(f) = \left(-\infty, 7/4\right)}$$

b) Calcular la inversa de f y dar su dominio y conj. imagen

$y = 3 - \ln(7-4x)$

$\ln(7-4x) = 3 - y$

$e^{\ln(7-4x)} = e^{(3-y)}$

$7 - 4x = e^{3-y}$

$7 - e^{3-y} = 4x$

$\frac{7-e^{3-y}}{4} = x$

$$\boxed{f^{-1}(y) = \frac{7-e^{3-y}}{4}}$$

$$\boxed{Im(f^{-1}) = \left(-\infty, 7/4\right)}$$

$$\boxed{D(f^{-1}) = \mathbb{R}}$$

$\boxed{\text{EJ 3}}$ Los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son tales que $\|\vec{v}\| = 4\|\vec{w}\|$, el ángulo comprendido entre ellos mide $\pi/4$ y $\vec{v}\cdot\vec{w} = 13\sqrt{8}$. Determinar todos los posibles vectores $\vec{w}$ sabiendo que $\vec{w} = (2; 2x+1)$

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\vec{v}\cdot\vec{w}}{\|\vec{v}\|\,\|\vec{w}\|} = \frac{13\sqrt{8}}{4\|\vec{w}\|\,\|\vec{w}\|} \to \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{13\sqrt{8}}{4\|\vec{w}\|^2}$

$\|\vec{w}\|^2 = \frac{13 \cdot \cancel{2}\cancel{\sqrt{2}}\,\cancel{2}}{\cancel{4}\cancel{\sqrt{2}}}$

$$\boxed{\|\vec{w}\|^2 = 13}$$

$\vec{w} = (2, 2x+1)$

$\hookrightarrow \|\vec{w}\| = \sqrt{2^2 + (2x+1)^2} = \sqrt{4 + 4x^2 + 4x + 1}$

$\searrow \|\vec{w}\|^2 = 4x^2 + 4x + 5 = 13$

$x_1 = 1 \longrightarrow 2x+1 = 3$

$x_2 = -2 \longrightarrow 2x+1 = -3$

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{w}_1 = (2, 3) \\ \vec{w}_2 = (2, -3) \end{array}}$$

2x+1

NOTA

(resuelto por Sylvina)

UDN	2° parcial — tema 1 Seminario Universitario	HOJA N° 2/2 FECHA 7-3-25

EJ 4 Sean las funciones:

$f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} \ / \ f(x) = x^2 + \sqrt{x}$ y $g: D_g \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} \ / \ g(x) = 1 - |x|$

Determinar la función $f \circ g$ indicando su dominio.

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \boxed{f_{(1-|x|)} = (1-|x|)^2 + \sqrt{1-|x|}}$$

$$\boxed{D_{f\circ g} = [-1, 1]}$$

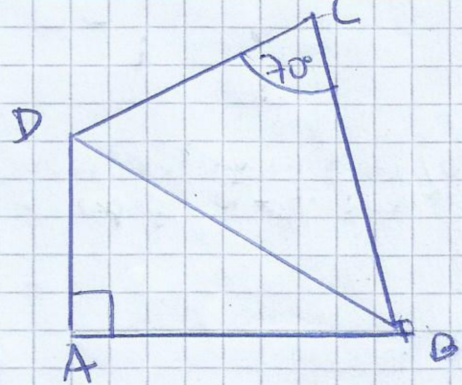
$1 - |x| \geq 0$

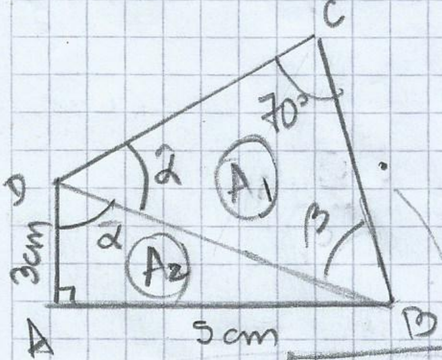
$1 \geq |x|$

EJ 5 El cuadrilátero ABCD de la figura es tal que su lado $|\overline{AD}|$ mide 3 cm, su lado $|\overline{AB}|$ mide 5 cm

Es recto en A. La diag. $\overline{BD}$ es bisectriz del ángulo $\angle ADC$ y el ángulo $\angle DCB$ mide 70°

Calcular el área del cuadrilátero ABCD





bisectriz → divide al ángulo en 2 partes IGUALES

$$|\overline{DB}|^2 = |\overline{AD}|^2 + |\overline{AB}|^2 =$$
$$= (3cm)^2 + (5cm^2) = 34cm^2 \to \boxed{|\overline{DB}| = \sqrt{34}\,cm}$$

$$\boxed{A = A_1 + A_2}$$

$$(*) \ \frac{sen(70°)}{|\overline{DB}|} = \frac{sen(\alpha)}{|\overline{CB}|}$$

Hallo α:

$$tg(\alpha) = \frac{|AB|}{|AD|} = \frac{5cm}{3cm} \longrightarrow \boxed{\alpha = 59{,}0362°}$$

$$(*) \ |\overline{CB}| = \frac{sen(\alpha)}{sen(70)} \cdot |\overline{DB}| = \boxed{5{,}3209\ cm = |\overline{CB}|}$$

$$\hat{\beta} = 180° - 70° - \alpha = \boxed{50{,}9638° = \hat{\beta}}$$

$$A_1 = \frac{|\overline{DB}|\ |\overline{BC}| \cdot sen\ \hat{\beta}}{2} = \frac{\sqrt{34}\,cm \cdot 5{,}3209\,cm \cdot sen(\beta)}{2} = \boxed{12{,}05\ cm^2 = A_1}$$

$$A_2 = \frac{bh}{2} = \frac{5cm \cdot 3cm}{2} = \boxed{\frac{15}{2}\,cm^2 = A_2}$$

$$\boxed{A = 19{,}55\ cm^2}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)